**3. Fuzzy Mediation and Moderated-Mediation Analysis**

In this section, referring to the basic concepts in [1], we introduce the definition of fuzzy numbers by Zadeh [2], and simple fuzzy mediation models with mediators and fuzzy moderated-mediation models introduced by Yoon [3,4].

**3.1 Fuzzy number**

퍼지 숫자는 실수 R에서 정의되는 퍼지 집합으로서 정규화되고 볼록할 때를 의미한다. 퍼지집합은 Membership function이라고 불리는 함수에 의해 0과 1사이의 실수 값을 소속척도로 취하는 원소들로 구성된다. Membership function의 형태는 객관적이거나 주관적인 가능성을 고려하여 정의할 수 있어 일반적인 규칙이 존재하지 않는다. 따라서 특정한 경우로 LR-퍼지 숫자라고 하는 퍼지 숫자의 parametric class가 사용된다. 퍼지 숫자A가 다음과 같은 조건을 만족하면 LR 퍼지숫자라 한다.

where L and R are reference functions called left and right shape functions of X and have the following properties : L,R :R→[0,1] are left-continuous and decreasing function with R(0) = L(0) = 1, R(1) = L(1) = 0. And ‘m’ means the mode of the LR-fuzzy number A. ‘l’ and ‘r’ are greater than 0 and mean the width of the left and right sides. We abbreviate the LR-fuzzy number as . And LR-fuzzy number, one of the triangular numbers, has the following two operations.

= (,

.

**3.2 Simple Fuzzy Mediation Model**

‘많다’, ‘적다’, ‘행복하다’와 같이 수치화 하기 애매할 때, 이를 변수로 하는 경우 crisp 숫자보단 퍼지 숫자를 사용하여 표현하는 것이 더 합리적이다. Fuzzy Mediation Model은 다음과 같이 제안된다.

In the model as above, is the total effect, is the indirect effect, and is the direct effect. Note that it is easily checked that

**3.3 Fuzzy Moderated-Mediation Model**

인과관계에서 독립변수(X)가 매개변수(M)을 통해 종속변수(Y)로 가는 영향력이 조절될 수 있는 메커니즘을 moderate-mediation이라 한다. 이는 Baron & Kenny (1986)에 의해 최초로 제안되었다.

**3.3.1 Moderation of Only the Direct Effect**

가장 단순한 moderated-mediation 모델(in Fig)은 퍼지 조건부 직접효과가 에 의해 조절되는 모형과 단순 매개 모형을 결합한 것이다. 의 직접효과가 에 의해 선형적으로 조절된다고 가정하면 회귀식은 다음과 같다.

**3.3.2 Moderation of Only the Indirect Efftect**

**3.3.3 Moderation of the Direct and the Indirect Effects**

지금까지 Yoon[ ]에 의해 multiple mediators, moderators, dichotomous variable or confounding vairables을 사용한 다양한 퍼지 매개 모델들이 제안되었다. 그러나 아직까지 이런 퍼지모델을 부트스트래핑을 이용하여 검정한 논문은 존재하지 않는다. 다음 4장에서는 부트스트래핑을 통한 단순 퍼지 매개 분석 및 조절된 매개 분석을 먼저 제안하고, 5장에선 기후 데이터 및 다양한 데이터를 부트스트래핑을 이용하여 분석한 것을 제안한다.

1. Hayes, A.F. ‘‘Introduction to mediation, moderation, and conditional process analysis’’, Guilford (1e, 2013/2e, 2018)

2. Zadeh, L.A.: Fuzzy sets. Information and control. 8, 338-353 (1965)

3. Yoon, J.-H.: Fuzzy mediation analysis. Int. J. Fuzzy Syst.22(1), 338-349 (2020)